Détermination du coefficient d'efficacité aérodynamique (Cx) et du coefficient de roulement (Cr)

www.HKW-aero.fr

 Indice C2 le 10.4.18

Méthode 1 :

Sur terrain plat, la puissance s'écrit

$P = 1/2.\rho.v^3.S.Cx + m.g.Cr.v$

Sachant que $P = F.v \Leftrightarrow F = P/v$, nous pouvons écrire

$F = 1/2.\rho.v^2.S.Cx + m.g.Cr$

P	Puissance	[W]
ρ	Masse volumique air	[kg/m^3]
S	Surface projetée frontale	[m^2]
Cx	Coefficient d'efficacité aérodynamique	[/]
m	Masse	[kg]
g	Accélération terrestre	[m/s^2]
Cr	Coefficient de roulement. Hypothèse simplificatrice : Cr = cst ; Cr = F / Mg	[/]
v	Vitesse	[m/s]
F	Force nécessaire pour vaincre la traînée aérodynamique et la traînée de roulement	[N]

Sachant que F = m.γ = m.(dv/dt), nous pouvons écrire l'équation différentielle suivante :

F = m.(dv/dt) = 1/2.ρ.v².S.Cx + m.g.Cr

Solution de cette équation différentielle :

$$V(t) = \frac{\sqrt{2mgC_r}\tan\left(\frac{\sqrt{2\rho g S C_r C_x}t + 2\sqrt{m}}{2\sqrt{m}} + \arctan\left(\frac{\sqrt{\rho S C_x}V_0}{\sqrt{2mgC_r}}\right)\right)}{\sqrt{\rho S C_x}}$$

Ainsi nous disposons d'un système de deux équations à deux inconnues (Cx, Cr) : $V(t_a, V_{0a}) = 0$ et $V(t_b, V_{0b}) = 0$

Processus : nous réalisons deux mesures comme suit :

1- Rouler à une vitesse v_{0a} ; v_{0b}

2- Passer le point mort et noter le temps qu'il faut pour s'arrêter : t_a ; t_b.

Limites de la méthode : la décélération est impactée plutôt par le Cr que par le Cx (le Cx ne rentre en compte que lorsque la vitesse est élevée).

Un défaut de pente ou du vent nuisent aux mesures => réaliser plusieurs mesures dans les deux sens.

Méthode 2 :

Idem méthode 1 excepté le Cr que nous obtenons comme suit :

Hypothèse simplificatrice : Cr est constant quelle que soit la vitesse.

Déterminer le Cr en poussant le véhicule à faible vitesse. La traînée aérodynamique étant alors négligeable, nous pouvons dire que $F = 1/2.\rho.v^2.S.Cx + m.g.Cr$ devient $F = 0 + m.g.Cr$ <=>

$Cr = F / m.g$

Méthode 3 :

Un défaut de pente ou du vent nuisent aux mesures => réaliser plusieurs mesures dans les deux sens.

Processus :

1- Déterminer le Cr à l'identique de la méthode 2.

2- Avec un autre véhicule une longue corde et un peson : tirer le véhicule (décaler légèrement les véhicules pour limiter l'influence du sillage du véhicule tracteur) à une vitesse suffisante pour que la traînée aérodynamique soit significative. La vitesse doit être constante.

Mesurer l'effort et en déduire le Cx avec l'équation :

$F = 1/2.\rho.v^2.S.Cx + m.g.Cr$ avec v constante

Méthode 4 (variante de la méthode 3) :

Remplacer la traction par une pente dont nous connaissons la raideur.

Méthode 5 :

Hypothèse simplificatrice : l'accélération est constante si la variation de vitesse est faible.

Données :

m	Masse	[kg]
ρ	Masse volumique air	[kg/m^3]
v_a	Vitesse initiale (prendre v_a suffisamment élevée pour que la traînée aérodynamique soit significative, par exemple 100 km/h)	[m/s]
v_b	Vitesse finale (prendre v_b suffisamment proche de v_a pour que l'hypothèse simplificatrice soit réaliste, par exemple 90 km/h)	[m/s]
v	Vitesse moyenne = $(v_a + v_b)/2$	[m/s]
S	Surface projetée frontale	[m²]
g	Accélération terrestre	[m/s²]
t	Temps mesuré pendant le ralentissement en roue libre entre v_a et v_b	[s]
x_a	Position initiale à v_a	[m]
x_b	Position finale à v_b	[m]
Cr	Coefficient de roulement. Cr est issu d'une mesure d'effort à faible vitesse ; hypothèse simplificatrice : Cr = cst ; Cr = F / Mg	[/]

Exploiter les équations :

Un défaut de pente ou du vent nuisent aux mesures => réaliser plusieurs mesures dans les deux sens.

(1) $x_b = 1/2.\gamma.t^2 + v_a.t + x_a$

(2) $v_b = dx/dt = \gamma.t + v_a$ avec $\gamma = dv/dt$

(3) $F = m.\gamma = 1/2.\rho.v^2.S.Cx + m.g.Cr \Leftrightarrow$

(4) $\gamma = 1/2.\rho.v^2.S.Cx/m + g.Cr \Rightarrow$

(1) devient :

(1') $x_b = 1/2.[\ 1/2.\rho.v^2.S.Cx/m + g.Cr].t^2 + v_a.t + x_a$

Avec $v = (v_b + v_a)/2$

Cr est déterminé à l'identique de la méthode 2, nous avons donc une équation à une inconnue (Cx).

Processus : relever le temps de décélération entre 2 vitesses, v_a = 100 à v_b = 90 km/h par exemple, et la distance parcourue dans ce laps de temps. En déduire le Cx avec l'équation (1').

Avantages et limites de la méthode :
Cette méthode a pour avantage la simplicité et des mesures réalisées à des vitesses où la traînée aérodynamique est significative.
Reste que mesurer des distances chrono en main et à grande vitesse n'est pas évident...

Méthode 6 :

Idem méthode 5 excepté la méthode de mesure de la distance : nous avons fait l'hypothèse que l'accélération est constante compte-tenu de la proximité des vitesses initiales et finales, donc nous connaissons l'accélération ce qui nous permet de calculer la distance parcourue, à partir du temps (plutôt que de la mesurer). La procédure nécessite donc de mesurer uniquement le temps pour passer de v_a = 100 à v_b = 90 km/h par exemple.

(1) $x_b = 1/2.\gamma.t^2 + v_a.t + x_a$

(2) $v_b = dx/dt = \gamma.t + v_a \Leftrightarrow \gamma = (v_b - v_a)/t \Rightarrow$

(1) $x_b = 1/2.[(v_b - v_a)/t].t^2 + v_a.t + x_a \Leftrightarrow$

(1'') $x_b = 1/2.(v_b - v_a).t + v_a.t = t\ [1/2.(v_b - v_a) + v_a]$

Processus :

1- Mesurer le temps pour passer de 100 à 90 km/h

2- Déterminer $\mathbf{x_b = t\ [1/2.(v_b - v_a) + v_a]}$ **(1'')**

3- Déterminer le Cx avec (1') :

$$\mathbf{x_b = 1/2.[\ 1/2.\rho.v^2.S.Cx/m + g.Cr].t^2 + v_a.t + x_a}$$

Avec $v = (v_b + v_a)/2$ et $x_a = 0$

Un défaut de pente ou du vent nuisent aux mesures => réaliser plusieurs mesures dans les deux sens.

Cette procédure est d'une part nettement plus simple, d'autre part certainement plus précise qu'une mesure de distance « à la volée » entre deux tops.

Méthode 7 :

Autre méthode en cours de formalisation.